

LEMA DE SHEPHARD

FELIPE. I. TAPPATA

El lema de Shephard es una relación entre las derivadas parciales de la función de costos y la demanda condicional de insumos. La siguiente demostración se basa en Varian (1992, pág. 74).

Teorema 1 (Lema de Shephard). *Sea $z_i(w_1, \dots, w_n, y)$ la demanda condicional de la firma por el insumo i . Si la función de costos $c(w_1, \dots, w_n, y)$ es diferenciable en $(w_1, \dots, w_n, y)$, y $w_i > 0$ para $i = 1, \dots, n$, entonces*

$$z_i(w_1, \dots, w_n, y) = \frac{\partial c(w_1, \dots, w_n, y)}{\partial w_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

Demostración. La demostración es similar a la del lema de Hotelling. Sea $z_i^*(\cdot)$ la cantidad del insumo i que minimiza el costo de producir y a precios $w_1^*, \dots, w_n^*$. Definimos la función

$$g(w_1, \dots, w_n) = c(w_1, \dots, w_n, y) - w_1 z_1^*(w_1, \dots, w_n) - \dots - w_n z_n^*(w_1, \dots, w_n).$$

Dado que $c(w_1, \dots, w_n, y)$ es la forma más barata de producir y , la función $g(\cdot)$ es siempre no-positiva. Además, $g(w_1^*, \dots, w_n^*) = 0$, que implica que la derivada en ese punto es cero:

$$\frac{\partial g(w_1, \dots, w_n)}{\partial w_i} = \frac{\partial c(w_1, \dots, w_n, y)}{\partial w_i} - z_i^*(w_1, \dots, w_n) = 0, \quad i = 1, \dots, n.$$

Por lo tanto, las cantidades de insumos que minimizan el costo son las derivadas de la función de costos respecto a los precios. $\square$

REFERENCIAS

Varian, Hal R. (1992). *Microeconomic Analysis*. 3. ed. New York, NY: Norton. 506 págs. ISBN: 978-0-393-95735-8 978-0-393-96026-6.